

РАЗДЕЛ ВТОРОЙ

ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Глава 4. Представление экономической системы

Представим в начале экономику как систему потребления и производства, в которой имеется развитая внутренняя структура, направленная на преобразование исходных природных ресурсов в конечные потребительские продукты. Эта система изменяется под влиянием различных факторов и прежде всего эндогенного технического прогресса. Экономика является открытой системой, взаимодействующий с внешней средой: по отношению к ее внутренней структуре можно наблюдать входы ресурсов из внешней среды и выходы продуктов во внешнюю среду. Отдельные ресурсы и продукты в зависимости от контекста будем в последующем именовать *сущностные* или *материальные параметры (объекты)* в целом трансформацию ресурсов в продукты будем называть *затраты-выпуск в физическом выражении*.

Структура экономики, вообще говоря, такова, что она позволяет из множества различных ресурсов получать множество различных продуктов. По отношению к такого рода системе сразу же возникает вопрос о том, каким механизмом будет осуществляться отбор структуры внешних входов и выходов.

В общем случае построение этого механизма отбора требует ответа на вопрос о том, как будет определяться ценность поглощаемых ею природных и людских ресурсов и ценность выпускаемой ею продукции. Ответ на этот вопрос выходит далеко за пределы экономической системы, поскольку это касается удовлетворения людей, задевает общественные отношения и в целом экологическую систему, с которой люди взаимодействуют. Трансформируемые ресурсы и изготовленные продукты, выраженные в суммарных ценностях, можно называть соответственно *затратами-выпуском в ценностном выражении*.

Формулирование задачи связано с распознаванием входящих в процесс величин и введением методов их увязки. Поскольку величины так или иначе

оказываются связанными, то можно требовать, чтобы только часть из них была известной, другие величины могут быть неизвестными.

С учетом сказанного функционирование экономической системы представляет собой сложную задачу синтезирования внешних известных и неизвестных исходных и сопряженных объектов с внутренними возможностями этой системы.

Многообразные способы представления экономической системы отражают пути такого рода синтезирования при различных условиях.¹ В этой связи прежде всего можно различать две основные ипостаси представления экономической системы. Первая из них основывается на *внешних* по отношению к системе предпосылках, т.е. на возможностях производства и предпочтениях в потреблении вне зависимости от того каков будет механизм функционирования экономической системы. Вторая ипостась основывается на *внутренних* предпосылках, на институтах, присущих определенному механизму функционирования системы, т.е. она опосредована внутренней динамикой системы. Отсюда данная ипостась выразится в моделях представления экономики через функции спроса и предложения, т.е. функции, построенных на ценах, доходах и поведении производителей-потребителей в процессе функционирования системы в рамках товарно-денежного механизма.

1. Первая ипостась: потребление-производство

Реактивные методы. Если предположить, что экономическая система действует достаточно упорядоченно и сбалансировано со средой, то она может быть представлена как система, в которой даны связи между исходными объектами, т.е. между известными затратами ресурсов и неизвестным производством продуктов в физическом выражении. Что

¹ Идея исследования многообразия способов представления экономической системы возникла у меня много лет назад под влиянием чтения книги Ричарда Фейнмана (Richard Feynman) «Характер физических законов», Москва: Мир, 1968, в которой большое внимание было уделено различным способам представления физических систем.

касается сопряженных объектов, то они могут быть вынесены за скобки. Последнее вытекает из предположения, что как сама экономическая система, так и внешние по отношению к ней системы (природа и люди как социальные существа) будут представлены как черные ящики, в которых эти исходные объекты были учтены и сбалансированы. Другими словами, непосредственное выяснение связи между входами и выходами не устраняет внешние силы, которые на них воздействуют, а лишь позволяет представить систему без их эксплицитного выражения.

Установление связей между затратами-выпуском в этом случае попадет в класс *реактивных* методов, поскольку они напоминают реакцию, в которой определенный вход обуславливает определенный выход.

Реактивные связи, как мы ниже увидим, могут быть получены *индуктивным* и *дедуктивным* путем. Начнем с индуктивного пути, т.е. с предположения, что они могут быть получены на основе накопления соответствующей статистики. Эта статистика может быть представлена в виде соответствующей *табличной функции*.

Если обозначить вектор элементов затрат ресурсов через Γ , $\Gamma = \{\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_j, \dots, \Gamma_m\}$ и вектор выпускаемых потребительских благ через X , $X = \{X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_n\}$, то табличная функция примет следующий вид:

$$\Gamma \text{ ----- } X \quad (I).$$

Уже в силу большого числа возможных вариантов затрат-выпуска неудобно пользоваться табличной функцией. В этих условиях возникает естественное стремление найти *аналитическое* выражение для табличной функции. Его реализация означает нахождение функции, которая будет ставить в соответствии определенным затратам определенный выпуск. Можно, конечно, строить и обратную ей функцию которая будет ставить в соответствие определенному выпуску определенные затраты. Однако для простоты изложения будем впредь подразумевать

только функцию затрат-выпуска. Назовем такую функцию *производственной функцией* и обозначим ее

$$X = G(r) \quad (II).$$

Таким образом, наличие производственной функции позволяет экономно выяснять каким затратам будет соответствовать какой выпуск. Вместе с тем в отличие от табличной производственная функция позволяет также осуществлять *экстраполяцию*.

Поисковые методы. Если структура экономической системы остается фиксированной или точнее достаточно устойчивой, то при прочих равных условиях наличие производственной функции было бы достаточно надежным инструментом для выяснения поведения этой системы. Между тем в силу технического прогресса и всевозможных изменений в организации экономического механизма,² с одной стороны, и изменения представлений о ценностях входов и выходов экономической системы такого рода предположение об устойчивости структуры этой системы является неадекватным.

В силу сказанного воздействие на экономическую систему требует введения нового средства – *симуляции* системы, т.е. построения аналоговой системы, на которой можно выяснять, как будет работать система при появлении новых технических решений. Эта аналоговая система должна выявить, отобрать продукты, которые будут производиться и ресурсы, которые будут затрачиваться в соответствующем количественном выражении. Поэтому методы решения проблемы нахождения искомых величин затрат-выпуска можно назвать *поисковыми* или *селективными*. Такого рода

²Конечно, можно и в этих условиях пользоваться представлением об устойчивости экономической системы, если предположить, что накопленная статистика о структурных изменениях в ней достаточна, чтобы быть отраженными в производственной функции. В этом случае, как известно, производственная функция включает еще новый аргумент, которым может быть, к примеру, технические нововведения. Однако построение такой производственной функции требует огромной статистики, которую весьма трудно получить. Забегая вперед заметим, что если на макроэкономическом уровне эту статистику еще можно получить, то может оказаться практически невозможным ее получение на более низких уровнях системы.

аналоговый механизм предполагает превращение экономической системы из черного ящика в белый. В свою очередь сам белый ящик будет опираться на черные ящики, но они уже будут относиться к другим системам. Этими черными ящиками станут прежде всего «инженерные сооружения». Связи их входов и выходов описываются по аналогии с экономикой «инженерными функциями». Отличие «инженерных функций» от «производственных функций» заключается в следующем. Производственные функции отражают внутреннюю организацию данной системы, т.е. зависят от того, как люди организовали процесс, опирающийся на внешние по отношению к ним условия. Инженерная функция означает функцию, которая принадлежит объекту, внутренняя организация которого не зависит от человека, так как управляется «естественными механизмами», внешними по отношению к данной системе. Так, к примеру, физико-химические процессы, происходящие в доменной печи будут определять связь между затратами железной руды, кокса, и др. ресурсов и выпуском чугуна, шлака и газов. Функция, описывающая эти связи, будет относиться к инженерным функциям. Термин инженерная функция условный, так как сюда относятся и агрономические функции, выражающие связь между скажем расходом удобрений и урожайностью с точки зрения биологических возможностей.

Далее, необходимо явным образом представить черные ящики, которые формируют силы, определяющие входы и выходы системы. Меняющиеся требования среды делают это требование особенно настоятельным. Речь идет о явном представлении устремлений людей, их ценностей, как о производимых благах, так и забираемых у природы ресурсов. Такое явное выделение аттракторов и их зависимостей от соответствующего объема потребительских благ позволяет отделить более устойчивые отношения в системе от более лабильных, которые зависят от технического прогресса. На этой основе можно симулировать развитие экономической системы, экстраполируя только изменения аттракторов. Что касается новых технологий и ресурсов, то их появление будет учтено уже ситуационно.

Имеется два способа представления такого рода симуляционной системы для экономики. Один из

них можно назвать *дифференциальным*, а другой – *интегральным*. Данные представления отличаются тем как они описывают *внешние силы* системы. Исходные объекты и их связи задаются одинаковым образом как при дифференциальном, так и интегральном способе представления.

Дифференциальный способ представления. Обозначим, как и прежде, неизвестный вектор выпускаемых потребительских благ через \mathbf{c} . Введем теперь силы, которые участвуют в данном процессе как непосредственно известные величины или по крайней мере как *зависимые* неизвестные величины. *Влекущие силы (аттракторы)*, будут представлять собой *предельные полезности* потребительских благ. Они могут быть нам непосредственно известны, но для общности предположим, что они являются зависимыми переменными: каждому набору потребительских благ будет соответствовать определенный вектор их предельных полезностей. Обозначим этот вектор \mathbf{s} . Он формируется из тех же внешних соображений, что и инженерные функции, т.е. является результатом социально-психологических процессов в головах людей. Выразим следующим образом функцию, связывающую вектор предельных полезностей благ \mathbf{s} с объемом потребительских благ

$$\mathbf{s} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (\text{III}, \text{a}).$$

Функция \mathbf{a} предполагается известной.

Далее, как и прежде, предполагаем, что известен вектор затрачиваемых ресурсов через \mathbf{k} . Введем теперь как известные характеристики инженерные функции, которые для различных технологий связывают затраты ресурсов \mathbf{s} с выпуском продукции. Для простоты линеаризируем все множество инженерных функций и представим их в виде заранее известной матрицы коэффициентов затрат-выпуска. *Столбцы* этой матрицы показывают, сколько по данной технологии надо затратить единиц данного ресурса на производство единицы данного продукта. Обозначим эту матрицу \mathbf{A} .

Для того, чтобы симулировать систему необходимо соблюдать *закон сохранения материи*, т.е. надо явным

образом выразить требование, что расход ресурсов на производство продуктов по данным технологиям не может превышать имеющегося их наличия. Формально закон сохранения материи в данных обозначениях будет выглядеть следующим образом

$$Ax \leq r \quad (\text{III},b).$$

Введем теперь сдерживающие силы (репалсеры) для ресурсов. Они являются неизвестными величинами. Обозначим их через вектор d . С учетом введенных обозначений можно теперь записать закон сохранения энергии для симулируемой системы

$$A^* \overset{\cdot}{\geq} c \quad (\text{III},c),$$

где A^* матрица, сопряженная матрице затрат-выпуска A : элементы ее строки показывают, сколько по данной технологии надо затратить единиц различных ресурсов на производство единицы данного продукта.

В рассматриваемом контексте закон сохранения энергии означает, что ценность затрачиваемых ресурсов не может быть меньше ценности производимого потребительского блага.

С учетом введенных соотношений, дифференциальная модель экономики будет представлена следующим образом

$$c = f(x) \quad (\text{III},a)$$

$$Ax \leq r \quad (\text{III},b) \quad (\text{III}).$$

$$A^* \overset{\cdot}{\geq} c \quad (\text{III},c).$$

Стоит отметить, что хотя число соотношений в (III) равно числу неизвестных, эта система неравенств однозначно не определяет неизвестные X и $\overset{\cdot}{\geq}$. Естественно, однако, потребовать, чтобы неотрицательные векторы X и $\overset{\cdot}{\geq}$ удовлетворяли следующим условиям:

$$x_j > 0 \Rightarrow A^* \cdot \dot{x}_j = c_j$$

$$\dot{x}_j = 0 \wedge A^* x_j = r_j$$

Первое из этих условий означает, что если некоторый продукт производится, то его предельная полезность равна затратам на его производство. Второе условие также допускает отчетливую интерпретацию: если некоторый ресурс имеет положительную ценность, то он полностью утилизируется в процессе производства. В сочетании с условиями (III) последние соотношения образуют систему, в которой число неизвестных уже равно числу уравнений. Следовательно, исключая вырожденные случаи, мы можем ожидать, что искомые переменные однозначно определяются этой совокупной системой.

Такого рода дифференциальную модель принято называть моделью *равновесия*. Я воспользуюсь введением этого термина, чтобы пояснить определение равновесия с точки зрения различных аспектов, характерных для системного подхода.

С *функциональной* точки зрения модель равновесия преследует целью найти значения неизвестных величин в системе, при которых, в соответствии с принятыми индикаторами развития, системе обеспечивается постоянное, *неизменное развитие* (в частном случае это может быть статическое состояние). Таким образом, при равновесном развитии отнюдь не обязательно, чтобы все параметры оставались одинаковыми. Важно только, чтобы параметры, характеризующие равновесие, оставались неизменными.³

³ Вот как определяется равновесие в экономическом словаре Moffat, D., *Economics Dictionary*. New York: Elsevier, 1976.

«Стабильное экономическое условие, в которых нет сил, которые могли бы предотвратить сохранение этого условия. Важно заметить, что равновесие – это не то же самое, что статика: рост экономического ряда находится в состоянии равновесия, если изменения происходят в соответствии с длительным образом и может продолжаться, тогда как статика вообще предполагает отсутствие изменений.»

Webster's New World Dictionary, 1980.

Так, в экономической литературе термин равновесие с прилагательным *динамическое* применяется для моделей экономического роста. Состояние равновесия в них характеризует такой параметр как постоянный темп роста.⁴

В более сложных экономических моделях с эндогенным техническим прогрессом динамическое равновесие будет характеризоваться постоянством параметра управления, определяющего в конечном счете распределение ресурсов на воспроизводство продукции по данным технологиям и на создание новых технологий.⁵

Со *структурной* точки зрения модель равновесия означает введение множества исходных и сопряженных объектов, необходимых для формирования *законов сохранения материи и энергии*. Лишь одновременное соблюдение законов сохранения материи и энергии позволяет характеризовать равновесие.⁶

С *процессуальной* точки зрения равновесие предполагает механизмы, которые будут балансировать исходные и сопряженные объекты в пределах законов сохранения материи и энергии.⁷

4

Neumann, J., von, "A Model of General Economic Equilibrium", *Review of Economic Studies*, 1945, no.13, pp.1-9.

⁵Зеликина, Л.Ф., «Оптимальные вложения в научно-технический прогресс в макроэкономических моделях и магистральные теоремы», журн. «Экономика и математические методы», т.11, вып.3, 1975, стр.453-467.

⁶Равновесие иногда определяется только по отношению либо к исходным объектам, либо к сопряженным объектам. Так, например, в словаре *Webster's New World Dictionary*, 1980 равновесие определяется либо как

«условие в обратимой химической реакции, в которой продукты идущей вперед или направленной реакции потреблены противоположно идущей реакцией с тем же темпом как они формируются и нет изменений в разнице концентрации продуктов или реагентов».

либо

«как состояние баланса или равенства между противоположными силами».

7

Именно такой подход к определению равновесия дан в работе *Time, Uncertainty, and Disequilibrium*, ed. by M.Rizzo, 1979:

Генетически, с точки зрения взгляда, порождающего подход к развитию системы, равновесие предполагает как бы *описательное, каузальное* представление системы множеством противодействующих сил.

Обобщая сказанное, можно рассмотреть функционирование экономической системы как некий трансформатор внешних входов во внешние выходы. Процесс трансформации происходит, с одной стороны, при наличии всевозможных трансформируемых и трансформирующих средств, а с другой – внешних сил, влекущих систему–аттракторов– и сдерживающих ее движение– репелсоров. Значение аттракторов (равно как и репелсоров) в зависимости от объема исходных объектов, с которыми они сопряжены, может, вообще говоря, возрастать. Формально это означает вогнутый вид функции, который связывает ее значение и состояние исходных объектов. К примеру, это соответствует для функции полезности предположению, что «аппетит приходит во время еды». Известная пушкинская сказка о золотой рыбе, впрочем имеющая по крайней мере старый китайский вариант, также напоминает о том, что рост потребностей определенных типов людей может описываться вогнутой функцией.

Значение аттракторов может также угасать в зависимости от роста объема исходных объектов, с которыми они сопряжены, что формально описывается выпуклой функцией. Примерами ее является закон падающей полезности потребительских благ, закон падающей производительности фактора и др. В последнем случае можно выделить состояние *насыщения*, когда предельное значение аттрактора становится равным нулю. Возможны также

«Ситуация равновесия–эта ситуация, в которой не проявляются никакие тенденции к изменению и которая может быть логически выведена из модели, включающей действие противоположных сил.» (стр.4).

Интересное процессуальное определение равновесия предлагает Webster's New World Dictionary, 1980. применительно к некоторым физическим процессам.

«Стадия радиоактивного материала, в которой темп дезинтеграции равен темпу формирования».

отрицательные значения первых производных этой функции, означающие, что система начинает терять от того, что перешла порог насыщения.

В случае, если функция выпукла и она достигла состояния насыщения, то развитие прекращается: остаются только механизмы поддерживающие состояние насыщения. Таким образом, состояние равновесия следует отличать от состояния насыщения. Состояние равновесия есть особая точка. Она показывает, что система достигла в данном состоянии сбалансированности исходных и сопряженных объектов в рамках законов сохранения материи и энергии. Состояние насыщения также есть особая точка, которая показывает, что система достигла не только равновесия, но и в целом предела своего роста.

Разрыв между реальным значением аттрактора в данном состоянии- *условный аттрактор* - и в принципе возможным его значением- *безусловный аттрактор* - назовем *движущей силой развития*.

Возможно, что наличие именно такого рода разрывов в значениях аттракторов является движущей силой эволюции вселенной, включая сюда как неорганический мир, так и органический, человеческое общество и саморазвивающиеся системы с искусственным интеллектом. Состояние равновесия лишь показывает, что с локальной точки зрения это развитие происходит сбалансировано как по исходным, так и сопряженным объектам. Если в системе нет возможностей для развития, то тогда задача сводится только к тому, чтобы поддерживать состояние равновесия.⁸

Интегральный способ представления. Интегральные модели экономики предполагают, что явным образом ищется одно число, позволяющее судить об эффективности движения системы. Это число выражается через критерий оптимальности- обозначим его значение U , вид самого критерия F , а входящие в

8

В биологии конфликт сторонников гомеостаза с виталистами как раз и отражает соответственно противопоставление точки зрения о поддержании равновесного состояния и точки зрения об источниках биологического развития.

него переменные X . Система стремится к оптимизации этого критерия при ограничениях, представленных в ранее уже приведенном законе сохранения материи $Ax \leq r$. Назовем такого рода интегральную модель *оптимальностной*.

Так применительно к рассматриваемому случаю оптимальностная модель выразится следующим образом

$$U = F(x) - \max \quad (IV, 1)$$

$$Ax \leq r \quad (IV, 3) \quad (IV)$$

$$x \geq 0 \quad (IV, 3)$$

После такого краткой характеристики интегрального представления системы рассмотрим ее подробнее в свете четырех аспектов системного подхода.

Интегральный или оптимизационный подход с *функциональной* точки зрения призван выразить *уровень* развития системы. Состояние максимума или минимума, которую система достигает, и характеризует то, что она достигла оптимального уровня развития при заданных условиях. Заметим, что оптимальностный подход позволяет явным образом измерять насколько система прогрессировала. Если взять значение критерия оптимальности для двух произвольных моментов времени, то по изменению значения критерия можно судить о развитии системы. При равновесном подходе для каждого из этих двух моментов времени были бы найдены равновесные состояния и невозможно было бы непосредственно сравнить какие интегральные изменения произошли в системе.

Такого рода функциональная роль интегрального подхода может быть реализована, так как со *структурной* точки зрения этот подход обращает внимание на формирование *критерия оптимальности*, который интегрирует движущие силы. Наличие такого критерия позволяет в конечном счете выразить суммарную ценность неизвестных переменных через единую скалярную величину. В моделях равновесия структура ценностных параметров затрат-выпуска задана только *векторами*.

С процессуальной точки зрения интегральный подход предполагает, что алгоритмы (механизмы) поиска оптимальности и равновесия в принципе могут быть теми же. При этом оптимальностный подход дает больше простора для построения алгоритмов, так как в непосредственной постановке проблемы участвует меньше переменных (в данном случае нет цен на ресурсы).

Наконец, с генетической точки зрения интегральный подход порождается выбором такой позиции рассмотрения проблемы, при которой как бы существует управляющий или демиург, который осуществляет программу целесообразных действий, направленных на реализацию его критерия оптимальности. Тем самым интегральный подход предрасполагает к разработке процедур нахождения неизвестных величин управляющих воздействий, позволяющих сообразно установленному критерию оптимальности наилучшим образом использовать ограниченные ресурсы.

Интегральное представление системы, приведенное в модели (1V), может быть далее развито. Более развитое представление будет дано не в виде одной задачи, а в виде пары: исходной и двойственной задач. Здесь происходит стыкование идей оптимизации и теории игр. Это стыкование видно из использования идеи максимина: при определенных условиях в задаче имеется седловая точка, в которой значению исходной задачи на максимум соответствует значение двойственной задачи на минимум.

В рассматриваемом случае наряду с задачей (1V), которую теперь обозначим как исходную (1V)-1, может быть представлена двойственная ей задача (1V)-2. В этой двойственной задаче в качестве неизвестных величин предстанут репалсоры - \vec{r} т.е. вектор цен на ресурсы значение всех других известных величин остаются те же:

$$\begin{array}{lll} \vec{r} - \min. & (IV,1)-2 & \\ A^* \vec{r} \geq c & (V2)-2 & (IV)-2 \\ \vec{r} \geq 0 & (IV,3)-2 & \end{array}$$

В целом исходная и двойственная задача представляются в линейном приближении следующим образом:

$$\begin{array}{ll} cx - \max. & (IV, 1) \\ Ax \leq r & (IV, 2) \quad (1V)-1 \\ x \geq 0 & (1V, 3) \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightleftharpoons r - \min. & (IV, 1)-2 \\ A^* \rightleftharpoons c & (IV, 2)-2 \quad (IV)2 \quad (V) \\ \rightleftharpoons 0 & (IV, 3)-2 \end{array}$$

Значение критерия оптимальности в первой задаче (1V)-1 в точке оптимума равно значению критерия оптимальности в двойственной задаче (1V)-2.

Однако такое двойственное представление оптимальных задач, хотя является шагом вперед, однако неконструктивно, поскольку неясно теперь как увязать данную пару задач. Эта увязка может непосредственно осуществляться через механизм симуляционной модели, а может быть опосредована через аналитическое представление. Функция Лагранжа и есть пример такого рода аналитического представления, в котором одновременно учтены и исходные и сопряженные объекты

$$L = cx - Axr + rp \text{ -----opt.} \quad (VI).$$

Эта функция имеет весьма ясный экономический смысл в системе тройной бухгалтерии. Выражение cx отражает доход, получаемый системой от реализации продукции, скажем ценности выпускаемых потребительских благ. Затраты на приобретение ресурсов rx составляют вторую сторону бухгалтерии. Затраты на производство продукции Axr составляют третью сторону бухгалтерии. Требование равенства величин cx , rx , Axr , означает ничто иное, что в точке равновесия ценность выпущенной продукции должна точно компенсировать затраты на приобретение ресурсов, которые целиком были затрачены на производство продукции, в объемах установленных оптимальным планом.⁹

⁹ Это соответствует закону сохранения энергии, при котором имеющаяся потенциальная энергия переходит в кинетическую, которая в свою очередь становится потенциальной энергией в новом состоянии: если бы

Соответственно на балансе организации выручка от проданной продукции должна быть равна как затратам на производство, так и затратам на приобретение ресурсов. Разумеется, что все эти утверждения имеют смысл для линейной модели.

В случае, когда конструктивно можно построить функцию Лагранжа, она значительно облегчает решение задачи, сводя ее к классическим методам. Сложность решения задач оптимального управления как раз и заключалась в невозможности ее прямого сведения к функции Лагранжа, поскольку условия задачи заданы неравенствами: функция Лагранжа пригодна для решения задач при равенствах.

2. Вторая ипостась: спрос-предложение

Рассмотрим теперь экономическую систему, в которой явным образом отдельно представлен спрос и предложение. Пусть все потребители выступают как одна группа; в равной мере это относится и к производителям. Повторим по отношению к ним все те же рассуждения по поводу методов представления системы, которые были ранее приведены применительно к потреблению-производству.

Пусть в начале мы можем наблюдать *спрос* потребителей конечных продуктов - обозначим их вектор X , $X = \{x_1, x_3, \dots, x_j, \dots, x_n\}$ - и *предложение* производителей этих же продуктов - обозначим их вектор $Y = \{y_1, y_3, \dots, y_j, \dots, y_n\}$. Наблюдаемый параметр, который определяет значение спроса и предложения продукта будет его *цена* - обозначим вектор цен p , $p = \{p_1, p_3, \dots, p_j, \dots, p_n\}$.

Пусть в начале мы можем построить только *табличные функции* спроса и предложения. Обозначим их соответственно

$$p \dots\dots\dots x$$

кинетическая энергия исчезла бы, то нарушался бы закон сохранения энергии.

p y

Задача теперь заключается в том, чтобы *уравновесить* спрос и предложение. Зафиксировав определенную цену мы постараемся найти в соответствующих табличных функциях значения спроса и предложения, которые равны между собой.

На основе этих табличных функций можно построить аналитические функции спроса и предложения.

Обозначим функцию спроса через

$$X=f_d(p)$$

и функцию предложения через

$$y=f_s(p).$$

В этом случае, как широко известно, равновесие между спросом и предложением будет достигнуто в точке взаимного пересечения этих двух функций.

Если теперь раскрыть черные ящики, которые определяли формирование спроса и предложения, то каждый из них можно представить либо моделями равновесия, либо моделями оптимизации, относящимися соответственно к потребителям и производителям.

**Равновесная модель
потребителя**

$$px \leq w \quad (III_d,1) \quad (III_d)$$

$$p \heartsuit \geq c \quad (III_d,2)$$

**Равновесная модель
производителя**

$$Ay \leq r \quad (III_s,1) \quad (III_s)$$

$$A^* \heartsuit \leq wp \quad (III_s,3)^{10}$$

¹⁰Необходимость корректировки соотношения (III_s,2) на коэффициент ♥ вытекает из следующих соображений. В конечном счете результаты, т.е. значения неизвестных величин x и y , в модели потребления-производства и в модели спроса-предложения при $p_j > 0$ должны быть теми же самыми. В модели потребления-производства $A^* \heartsuit \leq c$ (III_s,c), а в модели спроса-предложения $p \heartsuit \geq c$ (III_d,2). В состоянии равновесия для всех положительных значений вектора x эти неравенства становятся равенствами. Чтобы эти соотношения выполнялись необходимо, чтобы A^*

$$x \leq y \text{ (III}_d, s),$$

где

p - вектор цен на конечные продукты,

w - скалярная величина дохода потребителей,

$\heartsuit \dot{h}$ - скалярная величина предельной полезности дохода для потребителей,

c - вектор предельных полезностей потребительских благ для потребителей,

A - матрица коэффициентов затрат-выпуска производителей,

r - вектор ресурсов у производителей,

A^* - сопряженная матрица коэффициентов затрат-выпуска у производителей,

\overline{r} - вектор оценок ресурсов у производителей.

В случае, если вектор x имеет положительные компоненты, т.е.

$x_j > 0 \Rightarrow p_j \heartsuit = c_j$; если вектор p имеет положительные компоненты, т.е. $p_j > 0 \Rightarrow x_j = y_j$, последние соотношения являются условиями дополняющей нежесткости.

В модели (III_d) неизвестными являются x - спрос конечных продуктов потребителями p - вектор цен, а также \heartsuit - предельная полезность их дохода. Число неизвестных равно здесь числу неравенств, а также приняты во внимания условия дополняющей нежесткости (III_{d,s})⁺. В модели (III_s) неизвестными являются y - вектор производимой продукции, \overline{r} - вектор оценок ресурсов у производителя.

Поскольку в системе неравенств, представленных в моделях (III_d) и (III_s) и соотношении (III_{d,s}), с добавлением условий дополняющей нежесткости (III_{d,s})⁺ число неравенств равно числу неизвестных, то из

\overline{r} было равно $p \heartsuit$.

решения данной системы можно получить сбалансированный спрос и предложение.

Оптимальное представление потребителей и производителей будет дано в следующем виде:

Потребитель	Производитель
$U=f(x)$ -max. (IVd,1)	py -max. (IVs,1)
$px \leq w$ (IVd,2)	$Ay \leq r$ (IVs,2),
где $w=py$.	

В частности, построение оптимальной модели (IVd)-1, характеризующую поведение потребителей, возможно непосредственно из аналитического представления поведения потребителей, т.е. на основе функции потребительского спроса, включающую в качестве своих аргументов цены и доход потребителей. Такого рода утверждение опирается на выдающуюся работу Е.Слудского,¹¹ в которой было показано, что при достаточно общих условиях можно преобразовать функцию потребительского спроса в оптимальную модель поведения потребителя.

Каждой из приведенных выше оптимальных задач (IVd)-1 и (IVs)-1 может быть поставлена в соответствии двойственная задача:

Потребитель	Производитель
$U=f(x)$ -max. w -min.	py -max. π -min.
(IVd)-1 (IVd)-2	(IVs)-1 (IVs)-2 (V)
$px \leq w$ $p \geq c$	$Ay \leq r$ $A^* \pi \geq w$.

3. Локальное и глобальное представление экономической системы

¹¹Slutsky,E., 1915, "Sulla Theoria del Bilancio del Consumatore". *Giornale Degli Economisti e Rivista di Statistica*, no 51,pp.1-26.

Русский перевод этой работы русского экономиста был опубликован лишь в 1963г. См. Слудский,Е., «Теория сбалансированного бюджета потребителя», в сб. «Экономико-математические методы», вып.1. Москва: Наука,1963.

В приведенной выше исходной модели потребления-производства как бы предполагался один участник типа Робинзона Крузо. Двойственную по отношению к ней модель в терминах теории игр можно было интерпретировать парой игроков: один из них производит и потребляет продукты, а другой продает принадлежащие ему ресурсы. В модели спроса-предложения при раскрытии черных ящиков, которые бы стояли за спрашивающим и предлагающим, можно было также предположить двух участников: потребителя и производителя. Однако обмен между ними не был введен, как бы предполагалось, что все произведенное должно безвозмездно уйти к потребителю.

Между тем в общем случае в экономической системе имеется множество участников, которые вступают в акты обмена. Последнее не исключает прежних частных ситуаций, когда имеются участники, которые являются только владельцами ресурсов, или все продукты уходят безвозмездно от производителя к потребителю.

При наличии обменных отношений возникает вопрос о том, на каких принципах будут строиться обменные отношения. Собственно говоря, речь идет о принципе синтезирования системы. В рассмотренных выше двух ипостасях экономической системы, если допустить, что там было больше одного участника, предполагался следующий принцип синтезирования системы. Модели потребления-производства интегрировались как игра с нулевой суммой: то, что один участник-потребитель, он же и производитель, - выигрывал, другой участник-держатель ресурсов-проигрывал. В модели спроса-предложения по существу возникала такая же ситуация, но с некоторыми отличиями. Потребитель в этом случае лишь потреблял, а производитель, который владел ресурсами, должен был еще производить, добываясь максимального выпуска продукция. Произведенную продукцию просто у него забирали.

Таким образом, в обоих случаях не было обменных отношений между участниками. (Это не мешало им использовать цены, чтобы принимать локальные решения, согласованные с целым).

В дальнейшем изложении принцип синтезирования системы с несколькими участниками будет радикально модифицирован.

Предположим, что каждый участник является одновременно потребителем и производителем продукции. Каждый из них имеет свою, присущую ему функцию предпочтений и разные возможности для производства, т.е. владеет определенными технологиями и ресурсами. В этих условиях каждый участник может в принципе увеличить свою удовлетворенность, если вступит в обменные отношения с другими участниками. Для того, чтобы обереечь одних участников от посягательств других участников предполагается, что все ресурсы, которые имеются у каждого участника не только принадлежат ему, но и что произведенные им продукты и доход от них также принадлежат ему. Отсюда вытекает следующий принцип синтезирования системы, известный как принцип Парето-оптимальности: каждый участник, вступающий в обменные отношения, может повышать уровень своей удовлетворенности, пока это не снижает уровень удовлетворенности хотя бы одного другого участника. Можно построить экономические модели со многими участниками, которые будут основаны на принципах синтезирования системы, требующих перераспределения доходов между участниками. Однако для простоты изложения я ограничусь лишь Парето-оптимальностью принципом.

Способы представления системы, основанные на данном принципе, могут быть *локальными* и *глобальными*. Под *локальным* я имею ввиду представление системы, при котором выделен каждый отдельный участник и взаимоотношения между ними основаны на введенных правилах. Под *глобальным* я имею ввиду представление системы, при котором акцент делается на общем для системы критерии развития системы при ограничениях на возможности отдельных участников.

При локальном подходе, как и в ранее рассмотренных моделях, каждый отдельный участник, обозначим его индексом k , $k=1,2,\dots,K$, может быть представлен самым различным образом; ограничивающие правила для участников проявятся в том, что у каждого

участника появляется доход, основанный на продаже произведенной им продукции. Ниже я привожу только два таких представления: равновесное (модель (G1)) и оптимальностное (модель (G3)), так как они мне важны для иллюстрации некоторых аспектов проблемы многообразия способов представления экономической системы.

Локальное равновесное представление

$$\begin{aligned}
 C^k &= f^k(x^k) \quad (G1,1) \\
 A^k y^k &\leq r^k \quad (G1,2) \\
 A^k x^k &\geq c^k \quad (G1,3) \quad (G1) \\
 p x^k &\leq p y^k \quad (G1,4) \\
 p x^k &\geq c^k \quad (G1,5) \\
 \Sigma x^k &\leq \Sigma y^k \quad (G1,6).
 \end{aligned}$$

Локальное оптимальностное представление

$$\begin{aligned}
 U^k &= F^k(x^k) - \max. \quad (G2,1) \\
 A^k y^k &\leq r^k \quad (G2,2) \quad (G2) \\
 p x^k &\leq p y^k \quad (G2,3) \\
 \Sigma x^k &\leq \Sigma y^k \quad (G2,4).
 \end{aligned}$$

Равновесная модель (G1) с добавлением условий дополняющей нежесткости, которые для простоты я здесь опускаю, является полностью определенной, так как в ней число неравенств равно числу неизвестных.

Что касается *глобального* представления, то оно в свою очередь может быть основано на двух различных подходах: *внутреннем* и *внешнем*. При *внутреннем* подходе явным образом используется принцип синтезирования системы, введенный при *локальном* представлении. В этом случае при достаточно общих условиях (прежде всего выполнения соотношения (G3,3) как равенства, т.е. предположении,

что доход участника полностью им используется локальное представление может быть преобразовано в глобальное. Так модель G2 может быть преобразована в модель G3.

$$\sum F^k(x^k)\mu^k - \max. (G3,1)$$

$$A^k y^k \leq r^k (G3,2)$$

$$p x^k \leq p y^k (G3,3)$$

$$\sum x^k \leq \sum y^k (G3,4),$$

где μ^k это вес участника в системе и он равен $M_i \sqrt{h}$

Глобальный критерий для экономической системы может быть привнесен из внешних соображений. Этот критерий будет выражать требования надсистемы, которой в данном случае является человеческое общество и природная среда¹².

Теоретически глобальный критерий, выработанный из внешних соображений, является менее произвольным в том смысле, что переносит центр тяжести произвольных допущений, т.е. актов веры, на формирование предпосылок и механизма функционирования надсистемы¹³.

¹²Такой подход к формированию глобального критерия как бы противопоставляется внутреннему подходу, при котором предполагается, что принцип синтезирования системы является конвенциональным или основан на насилии одной группы (в пределе одного лица-правителя) над всем обществом.

Если учесть многообразие мнений людей, то выработать принцип синтезирования системы конвенциональным путем весьма трудно. Здесь вступают в действие либо механизмы голосования, либо насилия, т.е. всегда есть элементы произвольности.

¹³Если продолжить цепь построения надсистем для экономической системы, то необходимо будет построить надсистему для человеческого общества. Ей может быть универс. Допустимо предположить, что система «человеческое общество» занимает промежуточное место между органическим миром и создаваемым новым искусственным миром, в котором будет господствовать искусственный интеллект.

При таком подходе к внешнему критерию для человеческого общества не исключается учет индивидуального эмоционального строя отдельных личностей. Эти ценности заложенные в человеке, становятся ограничивающим условием: точнее им становится отмеченный выше внутренний глобальный критерий, основанный на синтезе индивидуальных целевых функций. Поскольку внешний и внутренний критерий, вообще

Однако для меня сейчас важно подчеркнуть не источник появления глобального критерия, и даже не локальность или глобальность представления экономической системы, а тот факт, что во всех случаях представления системы со многими участниками необходимо вводить *синтезирующий принцип*. Независимо от того, как этот принцип задается, т.е. в виде правил взаимодействия участников, как это имело место при локальном представлении, или в виде глобального критерия как в глобальном представлении, в этом принципе всегда будут элементы *произвольности*. При каких условиях, какой способ представления системы является более целесообразным – предмет специального рассмотрения.

говоря, могут не совпасть, то необходимо выработать операторы стимулирования, которые поставят внутренний глобальный критерий в соответствие с требованиями внешнего глобального критерия. В частном случае, внешний и внутренний глобальный критерий могут совпасть в том смысле, что определяют один и тот же путь развития человеческого общества.